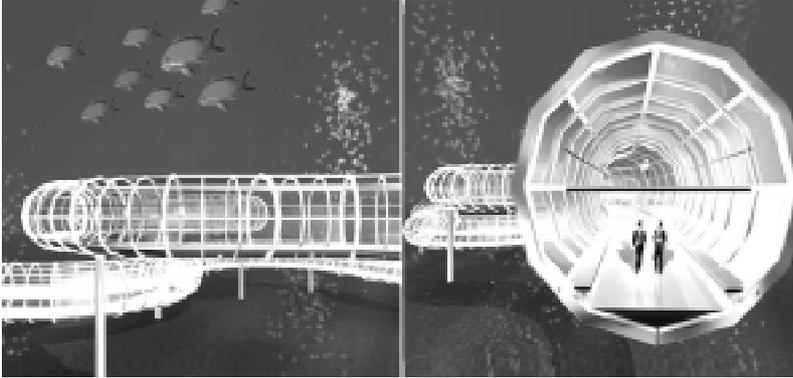


# FORMAS TRIDIMENSIONALES INNOVADORAS: ARQUITECTURA BASADA EN LA TEORÍA DE NUDOS.



## Abstract

*The theory of knots is a branch of mathematics that is in charge of studying the topological behaviour of lineal entities configuring forms in three-dimensional space. Starting from their spatial character it is possible to establish correspondences with three-dimensional forms of architectural use, constituting a stimulative tool of creativity.*

*The objectives of this work consist on analysing how to enlarge the possibilities of computers aided architectural design (CAAD) from the theory of knots, classifying forms of knots of architectural use and developing a design procedure of architectural shapes, emphasizing concepts of structure, path and form.*

## Introducción

La teoría de nudos es una rama de las matemáticas que se ocupa de estudiar el comportamiento topológico de entidades lineales, que configuran formas en el espacio tridimensional. [Adams, 1994]. A partir de su carácter volumétrico es posible establecer correspondencias con formas tridimensionales de uso arquitectónico, constituyendo una herramienta estimuladora de la creatividad. Los objetivos de este trabajo consisten en analizar cómo ampliar las posibilidades del diseño asistido por computadoras a partir de la teoría de nudos, clasificando formas de nudos de uso arquitectónico y desarrollando procedimientos de diseño de la forma arquitectónica, enfatizando los conceptos de forma, estructura y recorrido.

La historia del nudo es tan antigua como la historia del hombre. Una de las anécdotas históricas más conocidas sobre nudos se remonta al siglo IV antes de Cristo, a la época de Gordio, rey de

Frigia. El carruaje del rey estaba sujeto por un nudo muy complicado y se presumía que quien lo deshiciera dominaría toda Asia. En el año 234 antes de Cristo, Alejandro Magno, empeñado en que se cumpliera el oráculo, zanjó la dificultad cortando el nudo gordiano con su espada al no poder desatarlo. Según la teoría de nudos, la anécdota de Alejandro Magno es ilegal puesto que en el proceso para desenredar un nudo o un enlace, no está permitido cortarlo.

## Clasificación y Definiciones

La idea usual de nudo normalmente consiste en un pedazo de cuerda con cierto grado de "enredo" pero con extremos libres, por ejemplo cuando atamos el cordón de un zapato. En realidad, este ejemplo no es un nudo, pues todavía se puede desarmar.

Un **nudo topológico** se define como la inmersión de una curva lineal cerrada y amarrada, en el espacio Euclidiano tridimensional. En cambio, se define

**Roberto H. Serrentino**

**Hernán Molina**

**Sebastián Cano**

Laboratorio de Sistemas de Diseño  
Facultad de Arquitectura y Urbanismo  
Universidad Nacional de Tucumán  
Av. Roca 1800 - CP 4000 - Tucumán -  
Argentina

Tel.: 054 - 0381- 436 4093 Interno 146

[rserrentino@tucbbs.com.ar](mailto:rserrentino@tucbbs.com.ar)

[labsist@herrera.unt.edu.ar](mailto:labsist@herrera.unt.edu.ar)

Figura síntesis:

edificio para Acuario, a partir de un nudo

como **lazo** a un trozo de curva lineal amarrada con extremos abiertos. El caso del cordón de un zapato es un lazo y no un "nudo", a menos que unamos ambos extremos del cordón y formemos un lazo cerrado.

Por lo tanto, la primera clasificación nos lleva a diferenciar las inmersiones que conforman nudos de aquellas que conforman lazos. Concentrémonos por el momento únicamente en el análisis de nudos, y establezcamos una segunda clasificación, distinguiendo un nudo topológico de un nudo geométrico. Se denominan **nudos geométricos** aquellos que se construyen a partir de trozos lineales, conformando un recorrido poligonal en el espacio tridimensional. Estos nudos se denominan también nudos domados o **nudos dóciles**. La mayor parte de la teoría de nudos se refiere a nudos dóciles. Todos los otros nudos que no conforman recorridos poligonales se denominan **nudos salvajes**.

Dos o más nudos juntos, con sus curvas cerradas entrelazadas, constituyen un **enlace**. Las dos imágenes superiores de la figura 1 muestran la diferencia entre un nudo topológico y un enlace topológico de dos curvas cerradas. Las dos imágenes inferiores muestran un lazo abierto y un nudo geométrico.



Fig 1: nudo topológico, enlace, lazo, nudo geométrico

Dos **nudos** o dos **enlaces** se consideran **equivalentes** si uno de ellos puede ser suavemente deformado hasta convertirse en el otro. En general, es bastante difícil determinar si dos nudos son equivalentes, y en el proceso para descubrir la equivalencia no está permitido cortar el nudo.

La forma más común de expresar la manera en que un nudo se ubica en el espacio tridimensional es a través de una proyección ortogonal del nudo a un plano. Al escoger una inmersión genérica, podemos garantizar que la imagen de esta se intersecta a sí misma transversalmente, y solamente en un número finito de puntos dobles, a los cuales se los llama **cruces**. Para facilitar la lectura de cruces se establece una convención de representación (por ejemplo el arco superior en un cruce se dibuja entero, y al arco inferior se lo interrumpe un poco antes y un poco después del punto doble).

Es posible verificar si un nudo está realmente anudado mediante una secuencia de movidas parciales de la cuerda que producen cambios locales en la proyección del nudo. Si al cabo de estas

movidas se obtiene un nudo equivalente al círculo unitario, se considera desanudado y se llama **nudo trivial**.

Los nudos más simples que están realmente anudados son el **nudo trébol** (trefoil knot), y el **nudo doble** (figure eight knot). El número mínimo de cruces es de tres en el caso del trébol y de cuatro en el caso del doble. Existen tablas de nudos con una clasificación rigurosa, basada en el número de cruces, en la cantidad de elementos que se enlazan, y en su orientación. A modo de ejemplo, mencionemos el "Atlas de nudos y enlaces orientados", elaborado por Corinne Cerf, de la Universidad Libre de Bruselas, Bélgica. [Cerf, 1999].

### Nudos geométricos y Arquitectura

Los nudos geométricos son configuraciones que se pueden construir con una secuencia de segmentos lineales, unidos de punta a punta hasta formar un polígono inmerso en el espacio Euclidiano tridimensional. En otras palabras, geometrizarse un nudo topológico, consiste en definir vértices de quiebre del eje principal del nudo, determinando una cantidad discreta de segmentos inter vértices. Estos segmentos de línea pueden ser rectos o curvos, o adoptar cualquier otra forma que pudiera estar contenida en uno de los infinitos planos que pasan por sus extremos. En el proceso generativo de la forma final del nudo está permitido agregar la cantidad de quiebres que se desee entre dos vértices consecutivos, haciendo variar su geometría a condición de no alterar sus propiedades topológicas. Sacando provecho de esta propiedad de subdivisión en segmentos, es posible obtener nudos geométricamente "**modulados**", tanto en dos como en tres dimensiones. Por ejemplo, el nudo trébol cuya proyección geométrica más simplificada sobre un plano presenta tres cruces y seis segmentos, si lo adaptamos a una grilla modular de cuadrados unitarios, el número de segmentos ascendería a ocho, y el máximo sería infinito como puede inferirse en la figura 2. De la misma manera, si esta modulacion se representa espacialmente definiendo vértices y seg-

mentos inter vértices modulados, existen infinitos caminos que puede seguir el eje del nudo sin cambiar sus condiciones topológicas.

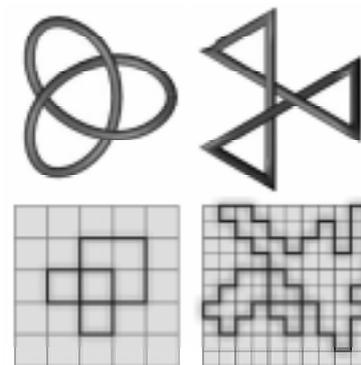


Fig 2: geometrización-modulación de un nudo trébol

La Arquitectura, por definición opera con objetos materiales, tectónicos, que se construyen con un fin determinado. Para construir arquitectura, se requiere de sus elementos componentes que no sean elásticos como las idealizaciones topológicas, sino que mantengan cierta cantidad de rigidez para poder sustentarse. Toda inmersión tridimensional físicamente anudada que pueda convertirse en un modelo potencialmente arquitectónico debe necesariamente convertirse en un polígono espacial que al materializarse le permita mantener esa rigidez, heredada de los materiales de los cuales se construye.

Estableciendo una clasificación de los nudos que tienen finalidad arquitectónica, diremos que estos pueden ser de tres tipos:

**Nudo estructura:** es aquel cuyos ejes configuran la estructura generadora del objeto construido, a la vez que conforma espacios arquitectónicamente habitables, como los de la figura 3, con diferentes grados de materialización de la envolvente. La figura 4 muestra una estructura portante de superficies alabeadas que conforman la envolvente espacial de un edificio.



Fig 3: nudo como estructura generadora del edificio

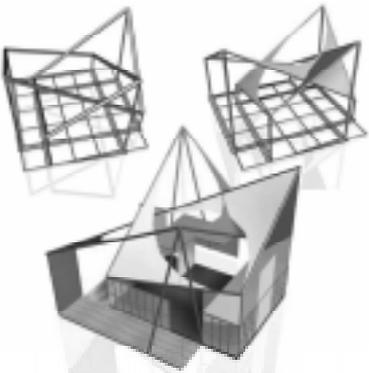


Fig 4: nudo como estructura portante

**Nudo formáceo:** es aquel en el que haciendo caso omiso de los ejes, sus segmentos componentes pueden ser considerados como objetos elásticos deformables hasta alcanzar masas ahuecables que conforman espacios funcionales.

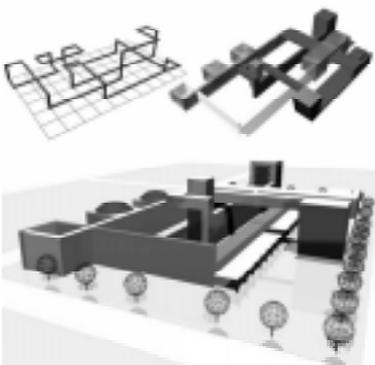


Fig 5: nudo formáceo con componentes elásticos deformables

**Nudo recorrido:** son aquellos en los que el eje poligonal adquiere las características de un espacio recorrible, al cual pueden adosársele espacios funcionales. (analogía entre el eje de la cuerda anudada y el eje circulatorio). Las figuras siguientes corresponden al tema de diseño "Acuario sobre el mar", donde el público circula por dentro del nudo, siguiendo su eje, observando las escenas marinas a través de una envolvente transparente. La figura 6 muestra la trama de círculos usada como soporte geométrico para establecer el recorrido del nudo. Las figuras 7 y 8 muestran escenas de la maqueta digital correspondiente al Acuario.

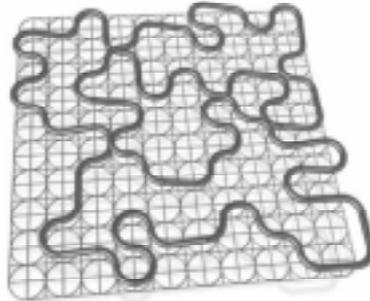


Fig 6: nudo recorrido y su soporte geométrico.

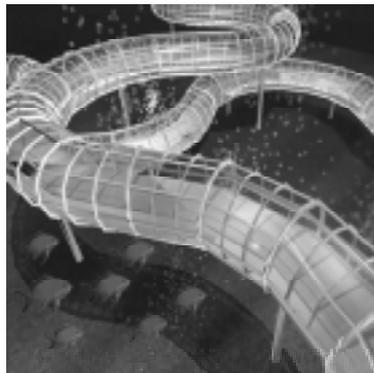


Fig 7: nudo recorrido: edificio destinado a Acuario.

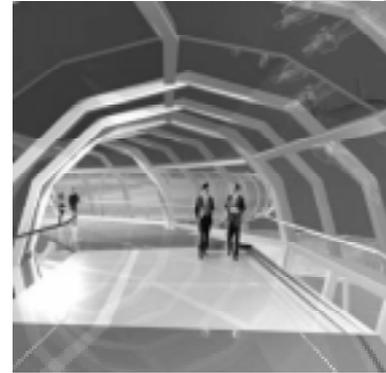


Fig 8: nudo recorrido: vista interior del Acuario

Algunas conclusiones geométricas y topológicas sobre el modelo abstracto para representar un objeto arquitectónico son las siguientes:

- (1) A todo nudo construido de cuerda flexible se lo puede aproximar a una curva poligonal construible con materiales de uso arquitectónico
- (2) Cualquier deformación a la que se someta la cuerda puede aproximarse a una deformación del polígono, siempre y cuando se pueda aumentar el número de lados
- (3) Si el número de lados se mantiene constante, se restringe la cantidad de tipos de nudos que se pueden construir
- (4) Cualquier polígono que se construya utilizando solamente cinco segmentos o menos, representará topológicamente un nudo trivial

#### Referencias:

- Adams, C.C. (1994) "The Knot Book: An Elementary Introduction to the Mathematical Theory of knots" Ed. Freeman and Co., New York.
- Reidemeister (1983) "Knot Theory". Original de 1926. Ed 1983 traducido del alemán: BCS Assoc., Moscú
- Cerf, Corinne (1999) "Atlas of Oriented knots and links", Ed. Universidad Libre de Bruselas, Bélgica.